

ANÁLISIS ESTRUCTURAL
MÉTODOS CLÁSICOS
Y MATRICIALES

JUAN CAMILO MOLINA VILLEGAS

Molina Villegas, Juan Camilo

Análisis estructural : métodos clásicos y matriciales / Juan Camilo Molina Villegas. --

1a ed. -- Bogotá : Ecoe Ediciones; 2021.

448 p. -- (Ingeniería. Ingeniería civil)

Incluye complemento virtual SIL (Sistema de Información en Línea). -- Incluye datos del autor en la pasta. -- Contiene referencias bibliográficas.

ISBN 978-958-503-118-0

1. Análisis estructural (Ingeniería) 2. Teoría de las estructuras I. Título II. Serie

CDD: 624.171 ed. 23

CO-BoBN- a1082250



Área: Ingeniería y afines

Subárea: Ingeniería civil

ECOE
EDICIONES



© Juan Camilo Molina Villegas

► Ecoe Ediciones S.A.S.

info@ecoeediciones.com

www.ecoeediciones.com

Carrera 19 # 63C 32, Tel.: 919 80 02

Bogotá, Colombia

Primera edición: Bogotá, octubre del 2021

ISBN: 978-958-503-118-0

e-ISBN: 978-958-503-119-7

Directora editorial: Claudia Garay Castro

Corrección de estilo: Harold Vacca González

Carátula: Wilson Marulanda Muñoz

Impresión: Carvajal Soluciones de

Comunicación S.A.S

Carrera 69 #15 -24

*Prohibida la reproducción total o parcial por cualquier medio
sin la autorización escrita del titular de los derechos patrimoniales.*

Impreso y hecho en Colombia - Todos los derechos reservados

Índice

I	Métodos clásicos	1
1.	Introducción	3
1.1.	¿Qué es una estructura?	3
1.2.	¿Qué es el análisis estructural?	4
1.3.	Convención positiva para las fuerzas internas	4
1.4.	Tipos de elementos	5
1.5.	Ecuaciones diferenciales gobernantes	8
1.6.	Condiciones de frontera, continuidad y equilibrio	14
1.7.	Sistemas coordenados	16
1.8.	Transformación de las fuerzas externas a coordenadas locales	17
1.9.	Cálculo de fuerzas internas	21
1.10.	Funciones de Green	23
1.11.	Ejemplos	29
1.12.	Problemas	75
2.	Método del trabajo virtual	87
2.1.	Descripción del método	87
2.2.	Formulación del método	88
2.3.	Demostraciones	89
2.4.	Implementación del método	94
2.5.	Ejemplos	98
2.6.	Problemas	160
3.	Método de pendiente deflexión para vigas	171
3.1.	Formulación del método	171
3.2.	Descripción del método	180
3.3.	Ejemplos	187
3.4.	Problemas	231
II	Método de rigidez	239
4.	Método de rigidez para cerchas planas	241
4.1.	Formulación del método	241
4.2.	Descripción del método	247
4.3.	Ejemplos	250
4.4.	Problemas	274

5. Método de rigidez para vigas	279
5.1. Formulación del método	279
5.2. Descripción del método	282
5.3. Ejemplos	283
5.4. Problemas	313
6. Método de rigidez para vigas sobre fundación flexible	315
6.1. Deducción del método	315
6.2. Descripción del método	322
6.3. Ejemplos	324
6.4. Problemas	343
7. Método de rigidez para pórticos planos y estructuras mixtas	345
7.1. Ecuaciones diferenciales gobernantes y condiciones de frontera	345
7.2. Formulación del método	348
7.3. Ejemplos	355
7.4. Problemas	427
III Apéndices	437
Apéndice A. Convenciones y definición de variables	439
Apéndice B. Solución de barras doblemente empotradas de sección transversal constante	447
Apéndice C. Solución de vigas doblemente empotradas de sección transversal constante	451
Apéndice D. Solución de vigas sobre fundación flexible doblemente empotradas de sección transversal constante	457
Apéndice E. Resumen del método de rigidez	461
Apéndice F. Formulación alternativa del método rigidez a partir de la forma débil de las ecuaciones diferenciales gobernantes	477
Apéndice G. Respuestas a los problemas	483
Referencias	535

Dedicatoria

A mi hija Ana Sofía, mi esposa Catalina y a mis padres Olga y Francisco, quienes me han servido de apoyo, ejemplo y motivación para la elaboración de esta obra.

Prefacio

Este libro nació como unas notas de clase de los cursos de Análisis Estructural I y Mecánica Estructural que el autor ha dictado en los últimos años en la Universidad de Medellín y en la Universidad Nacional de Colombia - sede Medellín, respectivamente. Inicialmente, se trataba solo de un compendio de ejemplos de variado nivel que pretendía emular la muy celebre serie Schaum de McGraw-Hill; es decir, recurrir a la metodología didáctica del aprendizaje basado en problemas para afianzar aptitudes. Con el tiempo, se ha adicionado la teoría necesaria para la solución de dichos problemas, lo cual lo ha convertido en un libro teórico-práctico completo y autocontenido.

Durante la enseñanza de dichos cursos, el autor ha notado que los textos guía empleados tradicionalmente para el Análisis Estructural no se aprovechan ampliamente del legado de las materias de ciencias básicas y computación que los estudiantes han cursado al inicio de sus carreras. Con base en esto, el presente libro pretende dar continuidad y tender puentes sólidos con estas áreas. Como ejemplo de lo anterior, a continuación se mencionan algunos casos particulares del usos de conceptos de las ciencias básicas en este texto:

1. Álgebra lineal: escritura de sistemas de ecuaciones lineales en forma matricial y la solución de los mismos.
2. Máximos y mínimos: cálculo del valor máximo de fuerzas internas y su ubicación dentro de una estructura o elemento particular.
3. Optimización: obtención del valor óptimo de variables como dimensiones de elementos o ubicación de cargas, para minimizar uno o varios componentes de la respuesta estructural.
4. Ecuaciones diferenciales: deducción de todos los métodos presentados en este texto a partir de las ecuaciones diferenciales gobernantes de los elementos estudiados (barras, vigas, vigas sobre fundación flexible, pórticos planos y pilas sin fricción en el fuste). Además, en el capítulo 1 se realiza el Análisis Estructural directamente a partir de la solución de las ecuaciones diferenciales gobernantes para cada uno de elementos componentes de las estructuras; para lo cual, adicionalmente se emplean las condiciones de frontera, equilibrio, continuidad y compatibilidad en los nodos.
5. Funciones de Green: en el capítulo 1 se emplean las funciones de Green para analizar directamente estructuras, en el capítulo 2 para motivar la deducción del método del trabajo virtual, y en los demás capítulos para el cálculo de los campos de desplazamiento.
6. Integración: obtención de fuerzas internas para elementos sometidos a cargas externas arbitrarias a partir de la integración de esta últimas, cálculo de los campos de desplazamiento a partir de la integración de los campos de fuerzas internas y cálculo de los campos empotrados a partir de las cargas externas.
7. Matemática simbólica: cálculo de líneas de influencia en estructuras.

Aunque el objetivo general de este texto sea, para cada una de las tipologías de estructuras analizadas (barras, cerchas planas, resortes, vigas, vigas sobre función flexible, pórticos planos, pilas sin fricción en el fuste y estructuras mixtas), que el estudiante esté en capacidad de obtener sus desplazamientos nodales, reacciones, campos de fuerzas internas y de desplazamiento, es decir, resolverla; a continuación se presentan los objetivos particulares para cada uno de los capítulos y apéndices:

Capítulo 1: Introducción. Formular y resolver los problemas de valor en la frontera que gobiernan el comportamiento de estructuras formadas por elementos tipo barra, resorte, cercha plana, viga, viga sobre fundación flexible y pórticos planos, estáticamente determinadas o indeterminadas. Deducción y estudio de las funciones de Green para vigas, pórticos planos y vigas sobre fundación flexible. Resolver problemas estructurales empleando funciones de Green.

Capítulo 2: Método del trabajo virtual. Resolver por medio del método del trabajo virtual estructuras estáticamente determinadas o indeterminadas formadas por elementos tipo barra, resorte, cercha plana, viga y pórtico plano, las

cuales estén sometidas a cargas externas de cualquier distribución.

Capítulo 3: Método de pendiente deflexión para vigas. Resolver por medio del método de pendiente deflexión vigas estáticamente determinadas o indeterminadas sometidas a cargas externas con cualquier distribución.

Capítulo 4: Método de rigidez para cerchas planas. Resolver por medio del método de rigidez (con funciones de Green) cerchas planas cuyos apoyos tengan cualquier orientación.

Capítulo 5: Método de rigidez para vigas. Resolver por medio del método de rigidez (con funciones de Green) vigas estáticamente determinadas o indeterminadas, sometidas a cargas externas de cualquier distribución.

Capítulo 6: Método de rigidez para vigas sobre fundación flexible. Resolver por medio del método de rigidez (con funciones de Green) vigas sobre fundación flexible, sometidas a cargas externas de cualquier distribución.

Capítulo 7: Método de rigidez para pórticos planos y estructuras mixtas. Resolver por medio del método de rigidez (con funciones de Green) estructuras planas estáticamente determinadas o indeterminadas, compuestas por elementos tipo barra, resorte, viga, viga sobre fundación flexible, pórtico plano o pila sin fricción en el fuste, sometidas a cargas externas de cualquier distribución.

Apéndice A: Convenciones y definición de variables. Presentar en un solo sitio la nomenclatura empleada en todo el texto. Antes del inicio del estudio de algunos de los capítulos del texto, se sugiere al lector familiarizarse con la notación empleada en este, la cual se encuentra resumida en este apéndice.

Apéndice B: Solución barras doblemente empotradas de sección transversal constante. Calcular reacciones, fuerzas internas y campo de desplazamiento de elementos tipo barra doblemente empotrados sometidos a cualquier carga externa.

Apéndice C: Solución de vigas doblemente empotradas de sección transversal constante. Calcular reacciones, fuerzas internas y campo de desplazamiento de elementos tipo viga doblemente empotrados sometidos a cualquier carga externa.

Apéndice D: Solución de vigas sobre fundación flexible doblemente empotradas de sección transversal constante. Calcular reacciones, fuerzas internas y campo de desplazamiento de elementos tipo viga sobre fundación flexible doblemente empotrados sometidos a cualquier carga externa.

Apéndice E: Resumen método de rigidez. Resumen de la formulación por el método de rigidez (con funciones de Green) para todos los tipos de elementos estudiados en el texto.

Apéndice F: Formulación alternativa del método rigidez a partir de la forma débil de las ecuaciones diferenciales gobernantes. Formulación equivalente a la presentada en el método de rigidez (con funciones de Green), establecida a partir de la forma débil de las ecuaciones diferenciales gobernantes de cada uno de los tipos estructurales estudiados en esta obra.

Apéndice G: Respuestas a los problemas. Presentar las respuesta de los problemas propuestos al final de cada capítulo.

Además de lo presentado en los capítulos y apéndices anteriormente reseñados, cada capítulo contiene gran cantidad de ejemplos así como un conjunto de problemas con sus respuestas, los cuales pueden ser empleados por los estudiantes para autoevaluar si han cumplido con los objetivos de cada uno de estos. Con el fin de optimizar aquellos ejemplos o problemas que el estudiante resolverá para estudiar, se han empleado los siguientes iconos , ,  y  para su caracterización, cuyo significado presentado es presentado a continuación:

: Indica que la solución del ejemplo o problema también se encuentra disponible en línea como un programa de Python. Es importante resaltar que en este texto se emplea la programación para facilitar la solución de los problemas propuestos; pero no se hace hincapié en temas de programación, computación u optimización en la implementación numérica de los métodos presentados. Para los interesados en esto último se les remite a textos como (Weaver & Gere, 2012).

: Indica que el ejemplo o problema ha sido resuelto con gran detalle y puede emplearse para afianzar conceptos básicos necesarios en la solución de problemas afines.

: Indica que la dificultad del problema es mayor a la promedio.

: Aplica solo para los problemas e indica que se puede descargar de internet un archivo con su solución detallada.

Para el autor, el tema presentado en la segunda parte de este libro ha sido tan interesante, novedoso y general que incluso lo ha bautizado como el método de rigidez con funciones de Green, y lo ha motivado en la escritura de artículos tanto para el análisis estructural de problemas estáticos (Molina-Villegas, Diaz Giraldo, & Acosta Ochoa, 2020), como dinámicos.