

Segunda edición

PROGRAMACIÓN LINEAL APLICADA

Humberto Guerrero Salas

ECO
EDICIONES



Mora García, Luis Aníbal, 1963-

Programación lineal aplicada / Humberto Guerrero Salas. -- 2a. ed. -- Bogotá : Ecoe Ediciones, 2017.

347 p. -- (Ingeniería y salud en el trabajo. Ingeniería industrial)

Incluye bibliografía.

ISBN 978-958-771-489-0 -- 978-958-771-490-6 (e-book)

1. Programación lineal 2. Programación lineal - Problemas, ejercicios, etc. I. Título II. Serie

CDD: 519.72 ed. 23

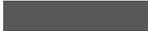
CO-BoBN- a1002035



Colección: *Ingeniería y salud en el trabajo*

Área: *Ingeniería industrial*

ECOE
EDICIONES



© Humberto Guerrero Salas

© Ecoe Ediciones Ltda.

e-mail: info@ecoeediciones.com

www.ecoeediciones.com

Carrera 19 # 63C 32, Tel.: 248 14 49

Bogotá, Colombia

Primera edición, Bogotá, agosto de 2009

Segunda edición: Bogotá, julio de 2017

ISBN: 978-958-771-489-0

e-ISBN: 978-958-771-490-6

Dirección editorial: Angélica García Reyes

Corrección de estilo: Laura Lobatón Sanabria

Diagramación: Wilson Marulanda Muñoz

Carátula: Wilson Marulanda Muñoz

Impresión: Xpress Estudio Gráfico y digital

Carrera 69 H # 77 - 40

Prohibida la reproducción total o parcial por cualquier medio
sin la autorización escrita del titular de los derechos patrimoniales.

Impreso y hecho en Colombia - Todos los derechos reservados

Dedicatoria

A Dios,
a mi madre Laura María Salas Reyes (Q.E.P.D.),
a mi padre Saul Guerrero Martín.(Q.E.P.D.),
a mi hermana María Elena Guerrero Salas (Q.E.P.D.),
y a mis hijas Mónica Natalia y Angélica Rocío
a mis hermanos Hernando y Libardo.

Agradecimientos

Al terminar esta obra, me gustaría nombrar a muchas personas; lamentablemente no lo puedo hacer. Me perdonan a quienes omito.

Agradecimientos muy especiales:

- Al Ing. *Orlando De Antonio*, un gran amigo sin su apoyo y opiniones hubiera sido difícil llegar al final.
- Al Ing. *Jairo Humberto Torres Acosta*, mi maestro, colega y amigo, quien me inició en el tema de la investigación de operaciones.
- Al doctor *Jairo Correa Rodriguez* (Q.E.P.D), sus ideas fueron fundamentales en el inicio de este texto.
- Al Ing. *Wilson Hernando Soto Urrea*, sus sugerencias y recomendaciones fueron valiosas.
- A todo el equipo de trabajo de Ecoe Ediciones; ellos han hecho posible esta publicación.
- Al personal de “Software shop” quienes autorizaron el uso del paquete winqsb para la solución de ejercicios de este texto. esta empresa, distribuidor de software científico líder en latinoamérica se puede contactar en www.software-shop.com
- A todos mis estudiantes, durante los últimos 27 años.

[CONTENIDO]

Prólogo	XIII
Introducción	XV
Capítulo 1. Introducción a la programación lineal	1
1.1. Generalidades	3
1.2. Ejemplo prototipo	3
1.3. Modelo general de programación lineal	5
1.3.1. Forma estándar del modelo de programación lineal	5
1.3.2. Forma matricial del modelo de programación lineal.....	6
1.3.3. Forma sumatoria.....	8
1.3.4. Forma Canónica del modelo de programación lineal.....	8
1.4. Otras formas del modelo.....	9
1.5. Procedimiento para la construcción de modelos.....	9
1.6. Reglas de equivalencia	11
1.7. Suposiciones de la programación lineal	14
Capítulo 2. Planteamiento de modelos de programación lineal	17
2.1. Aplicaciones en producción.....	19
2.2. Aplicaciones en dietas.....	27
2.3. Aplicaciones de mezcla.....	29
2.4. Aplicaciones en distribución	35
2.5. Aplicaciones en asignación	41
2.6. Aplicaciones en comercialización	47
2.7. Aplicaciones en publicidad	48
2.8. Aplicaciones en el medio ambiente.....	50
2.9. Aplicaciones agrícolas.....	52
2.10. Aplicaciones financieras	53
Problemas propuestos.....	58
Capítulo 3. Programación lineal: método gráfico	73
3.1. Problemas de maximización.....	75
3.1.1 Solución única	75
3.1.2. Solución óptima múltiple.....	80
3.1.3. Solución no acotada.....	84

3.1.4. Problema sin solución	86
3.2 Problemas de minimización	89
3.2.1 Solución única	89
3.2.2. Solución óptima múltiple.....	92
3.2.3. Solución no acotada.....	96
3.2.4. Problema sin solución	98
3.2.5. Solución degenerada.....	100
3.2.6. Restricciones de igualdad	103
Problemas propuestos.....	106
Capítulo 4. Programación lineal: método simplex	121
4.1 Problemas de maximización.....	124
4.1.1 Solución única	124
4.1.2 Solución óptima múltiple.....	130
4.1.3. Solución no acotada.....	132
4.1.4. Problema sin solución	135
4.2. Problemas de minimización	136
4.2.1. Solución única	136
4.2.2. Solución óptima múltiple.....	139
4.2.3. Solución no acotada.....	142
4.2.4. Problema sin solución	143
4.2.5. Solución degenerada.....	146
4.2.6. Restricciones de igualdad	148
Problemas propuestos.....	152
Capítulo 5. Programación lineal: métodos especiales	165
5.1. Método de doble fase.....	167
5.2. Método dual simplex	177
Problemas propuestos.....	183
Capítulo 6. Programación lineal: dualidad	197
6.1. Problemas de maximización.....	201
6.1.1. Solución única	201
6.1.2. Solución óptima múltiple.....	205
6.1.3. Solución no acotada.....	208
6.1.4. Problema sin solución	210
6.2. Problemas de minimización	212
6.2.1. Solución única	212
6.2.2. Solución óptima múltiple.....	216
6.2.3. Solución no acotada.....	218
6.2.4. Problema sin solución	221
6.2.5. Solución degenerada.....	223

6.2.6. Restricciones de igualdad	226
6.3 Interpretación económica de la dualidad	229
Problemas propuestos.....	230
Capítulo 7. Programación lineal: análisis de sensibilidad.....	245
7.1. Cambio en la disponibilidad de recursos (Vector b).....	250
7.2. Cambio en precios o costos unitarios (Vector c)	253
7.3. Cambio en la asignación unitaria de recursos (matriz A o vectores a_j).....	255
7.4. Nuevas restricciones	258
7.5. Nuevos productos o actividades.....	263
Problemas propuestos.....	267
Capítulo 8. Transporte, transbordo y asignación.....	269
8.1 El modelo del transporte.....	271
8.1.1. Estructura general.....	271
8.1.2 Primera solución básica factible	272
8.1.3. Solución óptima	284
8.2 El modelo del transbordo.....	291
8.3. El modelo de asignación	298
Problemas propuestos.....	303
Capítulo 9. Programación lineal entera	307
9.1 Método gráfico.....	309
9.2 Método simplex.....	311
Problemas propuestos.....	325
Respuestas de problemas propuestos.....	331
Bibliografía	347



Al final del libro está ubicado el código para que pueda acceder al **Sistema de Información en Línea – SIL**, donde encontrará un archivo complementario a la lectura del libro sobre solución de problemas con WINQSB, el cual le será de gran ayuda para profundizar la temática establecida.

PRÓLOGO

Al recibir del *Ing. Humberto Guerrero Salas*, la invitación para revisar el texto que en este momento tiene el lector en sus manos, mi primera impresión, fue que se trataba de un libro más de los muchos que actualmente se encuentran en el mercado.

Sin embargo, al adentrarme en una lectura rigurosa del mismo me causó gran curiosidad como el *Ing. Guerrero*, abordó los temas de una manera realmente extraordinaria, ya que el rigor pedagógico y didáctico con el que esta construido da un nuevo enfoque de la verdadera utilización de la investigación de operaciones, en especial de la programación, lineal, hoy en día. Empezando, por la descripción y formulación detallada en los primeros capítulos, sobre cómo realizar un óptimo planteamiento de un problema ingenieril, lo cual brinda al estudiante una motivación y herramientas sin precedentes para la utilización eficaz de las matemáticas como un instrumento práctico de la Ingeniería, que no poseen en otros textos avanzados de programación lineal.

Al continuar en los capítulos posteriores, el estudiante ya consolidado en el planteamiento de problemas, se encontrará con una metodología eficaz e innovadora en la resolución de los problemas e interpretación adecuada de las soluciones, producto de la experiencia y las investigaciones que el *Ing. Guerrero* ha realizado en su trayectoria profesional; siendo así, un texto ágil e innovador en el desarrollo de soluciones óptimas a partir del análisis de sensibilidad, permitiendo que el estudiante al reemplazar algunos de los parámetros mas significativos puede replantear un problema, sin tener que remitirse necesariamente al principio.

Por último, sólo espero que el presente texto sea aprovechado al máximo, por el futuro profesional, como un texto dinamizador e integrador de los procesos de optimización, un texto que de seguro se convertirá en el ámbito ingenieril de necesaria consulta.

Ing. Magíster. Doctorando Wilson Hernando Soto Urrea

[INTRODUCCIÓN]

Desde la década de los ochenta cuando inicié mis estudios ingenieriles, tuve una pasión por la ciencias exactas en especial las matemáticas, pero a medida que avanzaba en mis estudios universitarios descubrí ciertas falencias en el aprendizaje de las matemáticas aplicadas; de ahí que mi propósito desde hace años, como docente de ingeniería en varias universidades del país, ha sido elaborar un libro con una didáctica y una pedagogía innovadora, que le permita al estudiante pasar los obstáculos que se presentan en su aprendizaje matemático con mayor facilidad y, además, con aplicaciones prácticas y de diario vivir en la ingeniería. Este libro nace de mi larga experiencia como docente de *Investigación de Operaciones*.

La investigación de operaciones inicia con la argumentación de la programación lineal. Consulté, leí y estudié un sin número de textos (todos muy buenos) referentes al tema, pero nunca quede satisfecho por la forma en que se abordaban los temas y especialmente las explicaciones, además quedaban muchas dudas sin resolver, que no me permitían profundizar cómo yo quería en el tema. Este hecho generó en mí la inquietud de querer escribir un texto que hiciera claridad en las explicaciones y procesos, para obtener un resultado óptimo que se ajuste a las verdaderas necesidades de la ingeniería en la sociedad de hoy. Resultado que necesariamente debe ser interpretado a la luz de las aplicaciones y no en términos de variables. Es posible que este último acontecimiento sea lo más motivante en la realización del presente texto, ya que primordialmente se hace énfasis en la generación o construcción de un modelo matemático a partir de una formulación

y no lo que generalmente se hace, dar una función objetivo con unas restricciones para aplicar un algoritmo de solución. Es por esto que a través de todo el texto se tiene en cuenta la formulación del problema, la construcción del modelo matemático, la obtención de una solución óptima aplicando un procedimiento establecido dentro del texto, para finalmente realizar una interpretación práctica de la solución óptima.

En esta segunda edición se han corregido algunos errores de transcripción y redacción; además, se ha agregado el capítulo de programación entera. Por esto, en esta nueva edición el texto se divide en 9 capítulos, los cuales llevan una secuencia lógica en el desarrollo y avance en la adquisición de los conocimientos. Estos capítulos se resumen de la siguiente manera:

- **Capítulo 1.** Hace referencia a todas las generalidades de la programación lineal entre las cuales se mencionan los pasos para construir un modelo matemático, reglas de equivalencia, estructura general del modelo y usos de la programación lineal.
- **Capítulo 2.** Se avanza hacia el tema de la construcción de modelos a partir de una formulación teniendo en cuenta diferentes aplicaciones en producción, mezclas y distribución, entre otros.
- **Capítulo 3.** Se trata paso a paso el método de solución gráfica de problemas de programación lineal, con su correspondiente formulación de las aplicaciones e interpretación de las respuestas.
- **Capítulo 4.** Se da un paso adelante a la aplicación del método simplex, teniendo en cuenta nuevamente la formulación e interpretación. Dentro de estas interpretaciones se realizan aplicaciones en cuanto a las diferentes respuestas que se pueden presentar tales como: solución única, solución múltiple, solución no acotada, no solución y solución degenerada.
- **Capítulo 5.** En este capítulo se presentan dos métodos alternativos de solución: método de doble fase y método dual simplex, con su correspondiente procedimiento e interpretación de las soluciones.
- **Capítulo 6.** Se aborda el tema de la dualidad en sus diferentes alternativas de solución, realizando comparación con las soluciones obtenidas a través del método simplex.
- **Capítulo 7.** Para este capítulo se pasa al análisis pos óptimo de las soluciones. Se realizan aplicaciones de cambio en la disponibilidad de los recursos, cambio en costos o precios unitarios, cambio en recursos tecnológicos, nuevas restricciones y nuevos productos. En cada tipo de modificación se realizan ejemplificaciones de cuando se presenta cambio en la solución óptima y cuando no se presenta cambio en la misma.
- **Capítulo 8.** Se abordan los problemas de transporte, asignación y trasbordo; realizando la formulación, la primera solución básica factible y el avance ha-

cia la óptimalidad, con su correspondiente procedimiento e interpretación de la solución.

- **Capítulo 9.** Este es el valor agregado de la nueva edición. Aquí se presenta en forma gráfica y con el método simplex la solución de problemas de programación entera.

Al final del texto, en el apéndice, se ha colocado la solución de algunos ejercicios seleccionados. Además, se cuenta con el complemento virtual en donde se le da el manejo y solución de los problemas con el paquete WINQSB.

Vale la pena mencionar que este texto por su estructura es muy sencillo de comprender, pero se requiere, obviamente, de conocimientos elementales de matemáticas y álgebra lineal (matemáticas primitivas). Además, el texto puede ser básico no sólo para ingeniería, sino también para cualquier profesión que esté interesada en el tema.

Para terminar, quiero agradecer a todas las personas que deseen colaborar con el mejoramiento de este texto enviando sus sugerencias a:

azhguerrero@yahoo.com.mx

sigma_humberto_guerrero@yahoo.com.mx

El autor

PROGRAMACIÓN LINEAL APLICADA

Esta nueva edición de *Programación lineal aplicada* brinda las herramientas, procedimientos y técnicas para resolver todo tipo de problemas de programación lineal, haciendo énfasis en la explicación paso a paso de cada uno de los métodos y las aplicaciones en los diferentes campos de las empresas.

También se resalta la interpretación de los resultados y la toma de decisiones en los diferentes ámbitos de la vida empresarial. Además, el aporte de esta nueva edición es la creación del capítulo de programación lineal entera, la cual está resuelta tanto con el método gráfico como con el método simplex.

Información dirigida a estudiantes de Ingeniería Industrial, Ingeniería de Sistemas, Administración de Empresas, Economía y toda otra profesión que tenga dentro de sus contenidos modelos de optimización lineal, también a responsables de las empresas que emplean la investigación de operaciones como técnica para el mejoramiento de la toma de decisiones.

Colección: Ingeniería y salud en el trabajo

Área: Ingeniería industrial

ECOE
EDICIONES

www.ecoediciones.com

Incluye

- ▶ Diferentes aplicaciones empresariales de la programación lineal con métodos de solución gráfica, simplex, doble fase y dual simplex.
- ▶ Análisis y manejo de la teoría de dualidad.
- ▶ Análisis de sensibilidad para los cambios en los parámetros.
- ▶ Modelo del transporte, asignación y trasbordo.
- ▶ Solución gráfica y método simplex en problemas de programación entera.

Humberto Guerrero Salas

Humberto Guerrero Salas nació en Bogotá (Colombia) el 10 de agosto de 1963. Ingeniero industrial de la Universidad Antonio Nariño y Especialista en Gerencia de Producción. Con magister en Ingeniería Industrial en la Universidad Distrital. En los últimos 27 años se ha destacado como profesor de investigación de operaciones y producción en la Universidad Antonio Nariño, Universidad de San Buenaventura, Pontificia Universidad Javeriana, Universidad Externado de Colombia, Universidad libre de Colombia, Universidad Distrital, Universidad de Cundinamarca, Universidad Cooperativa de Colombia y Universidad Incca de Colombia.



e-ISBN 978-958-771-490-6