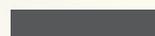


Julio César Andrade López

EJERCICIOS RESUELTOS DE **MATEMÁTICAS** **FINANCIERAS**



ECOE
EDICIONES



CONTENIDO

PRÓLOGO	IX
PRESENTACIÓN	XI
UNIDAD 1: INTERÉS Y TASA DE INTERÉS	1
Ejercicios propuestos.....	1
Ejercicios resueltos	4
UNIDAD 2: ECUACIONES DE VALOR	29
Ejercicios propuestos.....	29
Ejercicios resueltos	33
UNIDAD 3: ANUALIDADES	65
Ejercicios propuestos.....	65
Ejercicios resueltos	70
UNIDAD 4: GRADIENTES	105
Ejercicios propuestos.....	105
Ejercicios resueltos	108
BIBLIOGRAFÍA	131

Al final del libro está ubicado el código para que pueda acceder al **Sistema de Información en Línea – SIL**, donde encontrará una serie de talleres complementarios a la lectura sobre Conversión, Anualidades, Descuentos bancarios, Ecuaciones de valor e Interés simple y compuesto, los cuales le serán de gran ayuda a la lectura del libro.



PRÓLOGO

El texto del profesor Julio César Andrade López que hoy expone en el entorno académico en particular y al público en general, como docente de amplia experiencia en finanzas, constituye un esfuerzo clave para difundir las enseñanzas de las matemáticas financieras como un componente imprescindible de la ingeniería económica.

El fundamento esencial de este libro es presentar en forma concisa, a través de ejercicios prácticos extractados de textos de varios autores y resueltos por el profesor Andrade, las muchas aplicaciones de las matemáticas financieras en los diferentes escenarios de los negocios, las organizaciones y el mercado financiero en general; todo lo anterior sin sacrificar la capacidad analítica del lector.

El enfoque estructurado en el diseño del texto le va a permitir al lector utilizarlo para aprender, comprender y aplicar correctamente los principios y técnicas para una adecuada toma de decisiones. En este sentido, la secuencia del texto así lo exhibe, empezando la primera parte con las clases de tipos de interés y sus equivalencias y la forma como se presentan al público en el mercado financiero. Posteriormente, en la segunda parte, incluye las ecuaciones de valor, invitando al lector a buscar la mejor forma de interpretar, analizar y solucionar los problemas del común.

Luego, en una tercera sección, consigna e identifica los diferentes tipos de anualidades, su cálculo de pagos constantes en valor actual y valor futuro, sistemas de amortización con cuotas fijas, número de cuotas necesarias para cancelar una obligación y el interés que se debe pagar por una financiación.

Finalmente, en el capítulo cuarto, resuelve los ejercicios de gradientes, que son anualidades o serie de pagos periódicos, en los cuales cada pago es igual al anterior más una cantidad que puede ser constante o proporcional al pago inmediatamente anterior.

Evidentemente, es una gran satisfacción prologar el surgimiento de este nuevo texto, máxime cuando se percibe que va a tener un innegable nivel de utilidad o interés para el público académico, bien si se trata de un autor que es garante de una rigurosidad y claridad en sus planteamientos. El contenido del libro se puede considerar como muy interesante, tanto por su estructura como por la forma en que está redactado, amén del constante apoyo de los conceptos matemáticos con numerosos ejemplos prácticos resueltos.

Por otra parte, el profesor Andrade es una persona que merece la máxima consideración profesional, dándose la circunstancia, además, de mi estrecha vinculación profesional con él en la Universidad Central de Bogotá, en la que compartimos tareas docentes, lo que me permite dar fe de su inequívoco grado de cualificación profesional y su admirable constancia personal, hecho que constituye el mejor sello de prestancia profesional que puede acompañar, por tanto, a la presente obra.

Álvaro Bermeo Torres

PRESENTACIÓN

Interesado en resolver ejercicios prácticos de matemáticas financieras, me di a la tarea de hacer lo propio con ejercicios propuestos en diferentes textos afines a la ingeniería económica escritos por los docentes Gabriel Baca Urbina, Guillermo Baca Currea, Jhonny de Jesús Meza Orozco, Alberto Álvarez Arango y Humberto Rueda Ramírez, entre los más destacados.

Ejercicios resueltos de matemáticas financieras, como lo denominé, contiene 103 ejercicios desarrollados, teniendo en cuenta las interpretaciones financieras de cada problema en particular, así como el desarrollo del interés simple, el interés compuesto, la conversión de tasas, las ecuaciones de valor, las anualidades y los gradientes, para que el lector tenga la posibilidad de encontrar en este documento la variedad de temas que comprenden las matemáticas financieras básicas o la introducción a la ingeniería económica.

La idea de solucionar problemas financieros que solamente están propuestos y no tienen procedimiento ni respuesta, se apoya en la necesidad que tienen los docentes, los estudiantes de pregrado y posgrado de Economía, Administración, Ingenierías y lectores en general de tener un libro guía donde encuentren solución a sus dudas y tengan la oportunidad de interpretar, analizar y asociar el contenido a sus conocimientos matemáticos y financieros.

Los presaberes matemáticos y financieros que el lector debe conocer son: suma, resta, multiplicación y división de números, operaciones básicas con números reales, despeje de fórmulas, valor del dinero en el tiempo y uso de calculadora científica.

Los problemas se resolvieron de la manera más fácil vista por el autor, pero como hay diferentes formas de solucionar un ejercicio, el lector puede intentarlo por la manera más viable posible, teniendo en cuenta que en la solución encuentre la respuesta correcta; simplemente se comprueba y se verifica la respuesta verdadera, demostrándole al lector que cuando se resuelven problemas financieros se van adquiriendo habilidades de pensamiento lógico.

En el presente texto se busca aplicar el mayor número de secuencias, con el fin de facilitar los procesos de enseñanza aprendizaje y enriquecer los conocimientos de la comunidad en general, interesada en mejorar las habilidades financieras.

Igualmente, deseo hacer público mi reconocimiento a la universidad Surcolombiana donde soy docente, tiempo completo planta adscrito a la facultad de economía y administración, por la elaboración del presente texto académico.

UNIDAD 1

INTERÉS Y TASA DE INTERÉS

Ejercicios propuestos

1. Efectúe las siguientes conversiones entre períodos de tiempo:
 - a. 78 días = ___ meses = ___ años = ___ trimestres
= ___ semestres
 - b. 13 años = ___ semestres = ___ meses = ___ bimestres
= ___ días
 - c. 29 trimestres = ___ meses = ___ días = ___ años
= ___ semestres
2. En un proyecto se invierten \$2.000.000 y al final de un año el proyecto devuelve en total \$2.500.000:
 - a. Represente gráficamente esta transacción.
 - b. ¿Cuál es el interés que se obtuvo en este proyecto?
 - c. ¿Cuál es la tasa de interés que se gana en este proyecto?
3. Juan deposita en una cuenta de ahorros \$3.500.000 hoy y, al cabo de seis meses, hace un retiro de la totalidad de la cuenta igual a \$4.150.000:
 - a. Represente gráficamente esta transacción.
 - b. ¿Cuál es el interés que obtuvo en la cuenta de ahorros?
 - c. ¿Cuál es la tasa de interés que gana en la cuenta de ahorros?

4. Pedro acude a un prestamista que trabaja con un interés del 20% anual para hacer un préstamo de \$6.500.000 con vencimiento a un año. Represente gráficamente esta transacción y diga cuánto debe pagar Pedro al finalizar el año.
5. ¿Qué le recomendaría usted a un inversionista que se encuentra ante la opción de elegir una de las siguientes alternativas?
 - a. Comprar hoy una bodega por \$35.500.000, con la posibilidad de venderla por \$65.000.000 dentro de 2,5 años.
 - b. Prestar este dinero a una tasa de interés del 2,30% mensual.
6. Si el rendimiento del dinero es del 35% anual, ¿qué oferta es más conveniente para la venta de un terreno?
 - a. \$16.000.000 de contado.
 - b. \$2.000.000 hoy y el saldo en dos pagarés: uno de \$5.100.000 a 90 días y otro de \$11.000.000 a 180 días.
7. Se invirtieron \$2.000.000 y a los 3 años se recibieron \$3.600.000. ¿Qué tasa trimestral arrojó la operación financiera?
8. Hace 8 meses disponía de \$3.850.000 y tenía las siguientes alternativas de inversión: a. Comprar un inventario de ropa por este valor, que a precio de hoy valen \$4.750.000; b. Invertirlos en una entidad que me paga el 2,8%. Después de consultarlo me decidí por la primera alternativa. ¿Fue acertada la decisión?
9. ¿Cuánto tiempo debo esperar para que se duplique mi inversión en una corporación que paga el 1,5% mensual?
10. Establecer las siguientes equivalencias:
 - a. Una tasa efectiva trimestral equivalente al 7% *ETA*.
 - b. Una tasa anticipada mensual equivalente al 13% *ES*.
 - c. Una tasa nominal *ATV*, equivalente al 24% *AMV*.
 - d. Una tasa nominal *AMV*, equivalente al 12% efectivo trimestral.
 - e. Una tasa *ATA* equivalente al 25% efectivo anual.
 - f. Una tasa efectiva anual, equivalente al 25% anual anticipada.
 - g. Una tasa anual anticipada, equivalente al 36% anual vencida.
 - h. Una tasa anual anticipada, equivalente al 22,5% *AMA*.
 - i. Una tasa mensual anticipada, equivalente al 41,12% *EA*.
 - j. Una tasa nominal *AMV*, equivalente al 36% mes anticipado.

11. Se quieren invertir cinco millones a dos años. Las tasas de interés que se ofrecen en el mercado son las siguientes:
 - a. 23,8% nominal semestre anticipado.
 - b. 26% nominal trimestre vencido.
 - c. 25,5% nominal mes vencido.
 - d. 28,7% efectiva anual.Determinar el valor final para cada alternativa. ¿Cuál es la mejor?
12. Determine:
 - a. Cuánto tiempo se necesita para triplicar un capital al 30% *ATV*.
 - b. Cuánto tiempo se requiere para que \$80.000 se conviertan en \$200.000, al 30% *AMV*.
 - c. Cuánto tiempo se necesita para que \$800.000 se tripliquen al 20% *ATA*.
 - d. Cuánto tiempo se necesita para duplicar un capital al 30% *AMV*.
 - e. A qué tasa efectiva anual se duplica un capital en dos años y medio.
 - f. A qué tasa nominal convertible semestralmente se duplica un capital en dos años.
 - g. Qué tasa nominal convertible mensualmente se duplica un capital en dos años.
 - h. Qué tasa efectiva anual se requiere para que en dos meses un capital se incremente en un 2,5%.
13. Hallar el valor final de un documento de valor inicial \$5.000.000 en un plazo de tres años y 6 meses si el interés es el 34% *ATV*.
14. La corporación financiera Consaca recibe una letra de cambio por valor nominal de \$900.000 con vencimiento en 10 meses y un interés del 35% *NMV*. A los cuatro meses Consaca vende la letra a la corporación financiera Damolienda que cobra el 4% mensual por la transacción. ¿Cuánto recibe la corporación Consaca por la letra? ¿Cuánto le cuesta tener que vender la letra?
15. Hoy se invierten \$1.234.560 en un negocio que al cabo de 7 meses retorna \$1.474.560. Expresar la rentabilidad de este negocio como *EA*, *EM* y efectiva semanal. Asuma que un año tiene 52 semanas.

16. Un equipo de sonido se adquiere pagando \$300.000 el día 1 de marzo, \$250.000 el día 1 de junio, \$400.000 el día 1 de septiembre y \$500.000 el día 1 de diciembre de un mismo año. Suponiendo una tasa de financiación del 45% efectivo anual, determine cuál sería el valor del equipo si se pagara de contado el día 1 de marzo, el día 1 de junio, el día 1 de septiembre y el día 1 de diciembre.
17. M es un proyecto de inversión en el que usted invierte hoy \$3.206.250 y a los 8 meses obtiene \$3.680.731,38. Considerando una inflación del 8,56% efectiva anual, determine cuál es la rentabilidad real de M .
18. Considerando una inflación del 18,5%, ¿cuál debe ser la rentabilidad total para que la rentabilidad real sea el 27%?
19. Usted estaba muy satisfecho porque la empresa obtuvo una rentabilidad total del 38,9% durante el año que acabó de terminar, pero un amigo aguafiestas le dice que su verdadera rentabilidad fue 13,3%. ¿Qué inflación estará considerando su amigo?
20. Hoy se adquiere un vehículo que vale 50 millones; se cancela el 30%, y el saldo se debe pagar en 3 cuotas de 10, 15 y 20 millones dentro de 6, 9 y 12 meses respectivamente. ¿Qué tasa de interés efectiva anual cobra el concesionario?
21. El municipio de Neiva recibe un préstamo en dólares con una tasa de interés del 7% efectivo anual y un año de plazo. En el momento del desembolso un dólar vale \$1.987 y se estima una devaluación del 9% anual. Al final del año debe pagar 2.000 millones de pesos para cancelar el crédito. Determine la cantidad prestada en dólares.

Ejercicios resueltos

Para desarrollar los ejercicios propuestos de interés simple, interés compuesto y conversión de tasas en el presente texto, utilizaremos las siguientes fórmulas de matemáticas financieras con su correspondiente nomenclatura. Es importante resaltar que para usar las fórmulas es necesario expresar el tiempo y la tasa de interés efectivo en las mismas referencias:

F = Valor futuro.

P = Valor presente.

n = Número de períodos.

i = Tasa de interés.

I = Interés.

- **Fórmulas de interés simple**

$$F = P(1 + i(n)) \quad \text{Valor futuro}$$

$$P = \frac{F}{1 + i(n)} \quad \text{Valor presente}$$

$$n = \frac{\left(\frac{F}{P} - 1\right)}{i} \quad \text{Número de períodos}$$

$$i = \frac{\left(\frac{F}{P} - 1\right)}{n} \quad \text{Tasa de interés}$$

$$I = P(i)(n) \quad \text{Interés}$$

- **Fórmulas de interés compuesto**

$$F = P(1 + i)^n \quad \text{Valor futuro}$$

$$P = F(1 + i)^{-n} \quad \text{Valor presente}$$

$$n = \frac{\text{Log}\left(\frac{F}{P}\right)}{\text{Log}(1 + i)} \quad \text{Número de períodos}$$

$$i = \sqrt[n]{\left(\frac{F}{P}\right)} - 1 \quad \text{Tasa de interés}$$

$$I = P[(1 + i)^n - 1] \quad \text{Interés}$$

- **Conversión de tasas**

i = Tasa efectiva vencida.

ia = Tasa efectiva anticipada.

m = Período de la tasa conocida.

n = Período de la tasa desconocida.

$$i = \frac{ia}{(1 - ia)} \quad \text{de efectiva anticipada a efectiva vencida.}$$

$$ia = \frac{i}{(1 + i)} \quad \text{de efectiva vencida a efectiva anticipada.}$$

$$i = (1 + i)^{\left(\frac{m}{n}\right)} - 1 \quad \text{de efectiva vencida de un período a otro.}$$

- **Tasas deflactadas o reales**

i_r = Tasa deflactada o tasa real.

i = Tasa efectiva vencida.

f = Índice de inflación.

$$i_r = \frac{i - f}{1 + f} \quad \text{Tasa deflactada o real.}$$

$$f = \frac{i - ir}{1 + ir} \quad \text{Tasa de inflación.}$$

$$i = i_r(1 + f) + f \quad \text{Tasa efectiva vencida.}$$

1. Efectúe las siguientes conversiones entre períodos de tiempo:

a. 78 días = ___ meses = ___ años = ___ trimestres
= ___ semestres

b. 13 años = ___ semestres = ___ meses = ___ bimestres
= ___ días

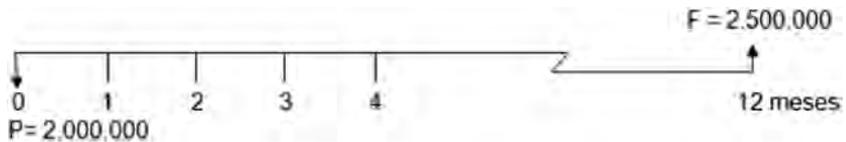
c. 29 trimestres = ___ meses = ___ días = ___ años
= ___ semestres

A manera de ilustración, presentamos un cuadro de conversiones de tiempo tomando como base un año, con el ánimo de hacer más entendible el cálculo matemático de las conversiones entre períodos que se solicitan:

	Día	Mes	Bimestre	Trimestre	Semestre	Año
1 día	1	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{60}$	$\frac{1}{90}$	$\frac{1}{180}$	$\frac{1}{360}$
1 mes	30	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$
1 bimestre	60	2	1	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$
1 trimestre	90	3	$\frac{3}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$
1 semestre	180	6	3	2	1	$\frac{1}{2}$
1 año	360	12	6	4	2	1

- a. 78 días = $78/30$ = 2,6 meses
 = $78/360$ = 0,2166 años
 = $78/90$ = 0,8666 trimestres
 = $78/180$ = 0,4333 semestres
- b. 13 años = 13×2 = 26 semestres
 = 13×12 = 156 meses
 = 13×6 = 78 bimestres
 = 13×360 = 4.680 días
- c. 29 trimestres = $29(3)$ = 87 meses
 = $29(90)$ = 2610 días
 = $29/4$ = 7,25 años
 = $29/2$ = 14,5 semestres

2. En un proyecto se invierten \$2.000.000 y al final de un año el proyecto devuelve en total \$2.500.000. a. Represente gráficamente esta transacción; b. ¿Cuál es el interés que se obtuvo en este proyecto?; c. ¿Cuál es la tasa de interés que se gana en este proyecto?



La gráfica nos muestra la inversión inicial del proyecto y su valor futuro al cabo de los 12 meses. Para el cálculo del interés ganado que se obtuvo, restamos el valor futuro del valor presente, esto es:

$$I = F - P$$

$$I = \$2.500.000 - \$2.000.000$$

$$I = \$500.000$$

Para el cálculo de la tasa de interés:

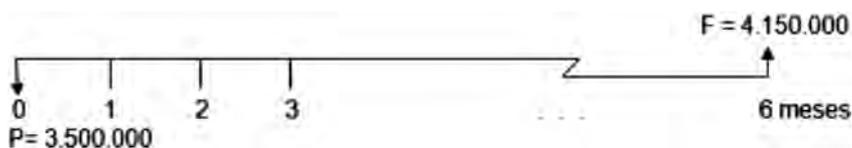
Con interés simple se tiene:

$$i = \frac{\left(\frac{2.500.000}{2.000.000} - 1 \right)}{12} = 0,020833 (100) = 2,08\% M$$

Con interés compuesto se tiene:

$$i = \sqrt[12]{\frac{2.500.000}{2.000.000}} - 1 = 0,018769 (100) = 1,87\% \text{ EM}$$

3. Juan deposita en una cuenta de ahorros \$3.500.000 hoy y, al cabo de seis meses, hace un retiro de la totalidad de la cuenta igual a \$4.150.000. a. Represente gráficamente esta transacción; b. ¿Cuál es el interés que obtuvo en la cuenta de ahorros?; c. ¿Cuál es la tasa de interés que gana en la cuenta de ahorros?



La gráfica nos muestra la inversión inicial del proyecto y su valor futuro al cabo de los 6 meses. Para el cálculo del interés ganado que se obtuvo, restamos el valor futuro del valor presente, esto es:

$$I = F - P$$

$$I = \$4.150.000 - \$3.500.000$$

$$I = \$650.000$$

Para el cálculo de la tasa de interés:

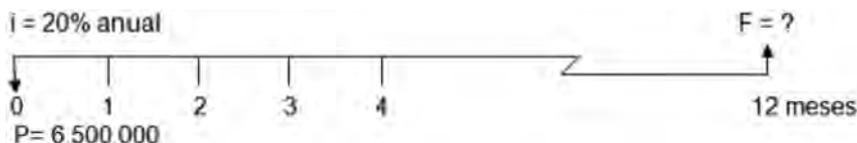
Con interés simple se tiene:

$$i = \frac{\left(\frac{4.150.000}{3.500.000} - 1\right)}{6} = 0,030952(100) = 3,09\% \text{ M}$$

Con interés compuesto se tiene:

$$i = \sqrt[6]{\frac{4.150.000}{3.500.000}} - 1 = 0,028797(100) = 2,87\% \text{ EM}$$

4. Pedro acude a un prestamista que trabaja con un interés del 20% anual para hacer un préstamo de \$6.500.000 con vencimiento a un año. Represente gráficamente esta transacción y diga cuánto debe pagar Pedro al finalizar el año.



EJERCICIOS RESUELTOS DE MATEMÁTICAS FINANCIERAS

La ingeniería económica comprende una gran variedad de temas, entre estos las matemáticas financieras, cuyas aplicaciones en los negocios, las organizaciones y el mercado financiero son presentadas en este libro a través de ejercicios prácticos desarrollados, teniendo en cuenta las interpretaciones financieras de cada uno.

El libro contiene 103 ejercicios organizados de manera que el lector pueda aprender, comprender y aplicar los principios y técnicas para tomar decisiones financieras; solucionar sus dudas, complementando sus conocimientos matemáticos y financieros. Los problemas están resueltos de la forma más fácil, según el autor, pero sin negar las diferentes formas de solucionarlos. Por ello, el lector puede intentar resolverlos a su manera, de modo que adquiera habilidades de pensamiento lógico y financieras.

El libro está dirigido a estudiantes y docentes de programas de Economía, Administración, Ingenierías y lectores en general interesados en las matemáticas financieras.

Colección: Ciencias empresariales

Área: Contabilidad y finanzas

ECOE
EDICIONES

www.ecoediciones.com

Incluye

- ▶ Aplicación del mayor número de secuencias con el fin de facilitar los procesos de enseñanza aprendizaje.
- ▶ Planteamientos rigurosos y claros.
- ▶ La oportunidad de interpretar, analizar y asociar sus conocimientos a problemas financieros que solamente están propuestos y no tienen procedimiento en otros libros.



Julio César Andrade López

Administrador Financiero de la U. Surcolombiana de Neiva, Especialista en Dirección financiera y desarrollo organizacional de la U. Central de Bogotá, Magister en Administración pública de la ESAP de Bogotá. Se ha desempeñado como docente de pregrado y posgrado por más de 15 años en las diferentes universidades del Surcolombiano, en asignaturas como matemáticas financieras, Excell financiero, ingeniería económica, entre otras. Actualmente es docente tiempo completo de su alma mater.

ISBN 978-958-771-523-1



9 789587 715231

e-ISBN 978-958-771-524-8