

*Cuarta edición*

# Estadística básica aplicada



ECOE EDICIONES

**Ciro Martínez Bencardino**



### **Ciro Martinez Bencardino**

Nacido en Convención (Norte de Santander - Colombia). Economista de la Universidad Jorge Tadeo Lozano de Bogotá, D.C.

Bio-estadística (Universidad de los Andes, Bogotá, D.C.). Técnicas Estadísticas (CIENES-Santiago de Chile) y Estadística Laboral (Universidad de Río Piedras y Negociado Laboral de Puerto Rico).

Vinculado a la enseñanza de la Estadística en un gran número de instituciones universitarias de Bogotá. Durante muchos años ha trabajado en el campo de la estadística, ocupando diferentes cargos gubernamentales.

# Estadística Básica Aplicada

CIRO MARTÍNEZ BENCARDINO

# Tabla de contenido

<b>Prólogo</b> .....	XV
<b>Capítulo 1. Generalidades</b> .....	1
Objetivos .....	1
Contenido .....	1
Introducción .....	1
Algunos conceptos necesarios .....	2
Finalidad de la estadística .....	5
Colectivos investigados por la estadística.....	7
Resumen de capítulo .....	8
Términos para recordar .....	9
Ejercicios propuestos .....	9
Cuestionario de evaluación .....	10
<b>Capítulo 2. Investigación estadística</b> .....	13
Objetivos .....	13
Contenido .....	13
Clases de investigación .....	13
Etapas de una investigación .....	14
Planeamiento .....	14
Objetivos de la investigación .....	15
Unidad de investigación.....	15
Clase de estudio .....	15
Examen de la documentación y metodología .....	16
Método de observación .....	16
Muestreo .....	16
Muestreo probabilístico .....	16
Muestreo no probabilístico .....	18
Proceso de recolección.....	18
Preparación del presupuesto .....	19
Calendario de trabajo .....	20
Preparación del cuestionario .....	21

Selección y preparación del personal.....	23
Preparación y actualización de listas de informantes .....	24
Otros aspectos .....	25
Recolección.....	25
Procesamiento de análisis .....	26
Codificación .....	26
Tabulación .....	26
Análisis e interpretación.....	27
Informe .....	27
Publicación.....	29
Resumen del capítulo.....	29
Términos para recordar .....	30
Ejercicios propuestos .....	31
<b>Capítulo 3. Sumatorias y productorias .....</b>	<b>33</b>
Sumatoria simple .....	33
Propiedades de la sumatoria.....	35
Fórmulas especiales sobre sumatorias .....	36
Productoria.....	36
Propiedades de la productoria.....	37
Resumen del capítulo.....	37
Ejercicios propuestos .....	38
<b>Capítulo 4. Elaboración de tablas o cuadros .....</b>	<b>39</b>
Objetivos .....	39
Contenido.....	39
Caracteres.....	39
Técnica empleada en la elaboración de un cuadro.....	42
Distribuciones de frecuencias .....	45
Atributos .....	45
Variables.....	46
Variable continua .....	51
Ejercicios.....	56
Propiedades de las frecuencias.....	58
Resumen del capítulo .....	59
Términos para recordar .....	59
Ejercicios propuestos .....	59
Cuestionario de evaluación.....	62
<b>Capítulo 5. Elaboración de gráficas .....</b>	<b>65</b>
Objetivos .....	65
Contenido.....	65
Introducción.....	65
Reglas para la elaboración de gráficas.....	66
Tipos de gráficas .....	66
Diagrama de frecuencias.....	67

Histograma de frecuencias .....	68
Polígono de frecuencias .....	71
Ojiva .....	71
Pictograma .....	72
Cartograma.....	74
Diagramas de barras.....	75
Diagrama circular.....	77
Diagramas lineales .....	79
Cuadrados y triángulos .....	81
Gráfica de Gantt .....	83
Pirámides.....	84
Otras gráficas .....	84
Resumen del capítulo.....	85
Términos para recordar .....	85
Ejercicios propuestos .....	85
Cuestionario de evaluación .....	86
<b>Capítulo 6. Medidas de tendencia central .....</b>	<b>89</b>
Objetivos .....	89
Contenido .....	89
Introducción .....	89
Medidas de posición .....	90
Media aritmética .....	90
Media aritmética (simple).....	91
Media aritmética ponderada.....	93
Métodos indirectos.....	100
Propiedades de la media.....	101
Mediana ( $M_c$ ) .....	107
Datos no agrupados.....	108
Datos agrupados.....	109
Variable discreta.....	109
Variable continua .....	110
La moda ( $M_d$ ) .....	111
Aplicación de estadística en la herramienta Excel.....	113
Operaciones en la hoja de cálculo.....	113
Presentación del cuadro o tabla decodificada .....	115
Elaboración de tablas de frecuencia.....	117
Elaboración de una tabla de frecuencias relativas .....	123
Representación gráfica.....	125
Procedimiento para obtener resultados en la aplicación de medidas.....	128
Resumen del capítulo .....	129
Términos para recordar .....	130
Ejercicios propuestos .....	132
Cuestionario de evaluación .....	135

<b>Capítulo 7. Medidas de tendencia central (continuación)</b> .....	137
Media cuadrática ( $M_2$ ).....	137
Media geométrica ( $M_g$ ).....	139
Media armónica ( $M_{-1}$ ).....	142
Cuartiles, deciles y percentiles.....	147
Cuartiles .....	147
Datos sin agrupar .....	147
Datos agrupados.....	147
Deciles.....	148
Datos sin agrupar .....	148
Datos agrupados.....	149
Centil o percentil.....	149
Datos sin agrupar .....	149
Datos agrupados.....	150
Tercer cuartil ( $Q_3$ ) .....	150
Cuarto decil ( $D_4$ ).....	151
Percentil sesenta ( $P_{60}$ ).....	151
Centro recorrido .....	151
Aplicación de la estadística utilizando la calculadora .....	152
Aplicación de estadística en la herramienta Excel.....	155
Primer procedimiento .....	155
Segundo procedimiento .....	160
Media aritmética .....	160
Mediana ( $M_e$ ) .....	162
Modo = Moda = Valor modal ( $M_d$ ).....	163
Media geométrica ( $M_g = M_o$ ).....	164
Media aritmética ponderada.....	164
Resumen del capítulo.....	165
Términos para recordar.....	166
Ejercicios propuestos .....	168
<b>Capítulo 8. Medidas de dispersión, asimetría y apuntamiento</b> .....	171
Objetivos .....	171
Contenido.....	171
Medidas de dispersión.....	171
La Oscilación .....	172
Varianza ( $S_2$ ) .....	173
Otro método de cálculo.....	174
Métodos abreviados .....	175
Propiedades de la varianza.....	178
Desviación típica o estándar (S) .....	180
Uso de la calculadora .....	184
Aplicación de estadística en la herramienta Excel.....	184
Desviación típica estándar $s = \sigma$ .....	185
Coefficiente de variación (CV) .....	186
Puntaje típico estandarizado (Z).....	187

Desviación media (Da) .....	189
Desviación mediana (De).....	191
Recorrido intercuartílico, desviación cuartil y recorrido interdecil .....	193
Coefficiente de desviación media (CDa).....	195
Momentos unidimensionales .....	196
Momentos respecto a la variable.....	196
Momento respecto a la media aritmética .....	196
Momento respecto a un origen de trabajo.....	196
Asimetría.....	198
Apuntamiento o curtosis .....	200
Resumen del capítulo.....	201
Términos para recordar .....	201
Ejercicios propuestos .....	203
Ejercicios de evaluación .....	206
<b>Capítulo 9. Regresión y correlación .....</b>	<b>209</b>
Objetivos .....	209
Contenido .....	209
Introducción .....	209
Regresión .....	213
Regresión rectilínea simple.....	213
Procedimiento abreviado del cálculo.....	216
Cálculo del error estándar de estimación .....	217
Coefficiente de correlación.....	219
Cálculo de la regresión de X en función de Y (utilizando la calculadora).....	220
Cálculo mediante el uso de la calculadora.....	223
Regresión rectilínea ponderada.....	234
Coefficiente de correlación por pagos.....	238
Resumen del capítulo .....	239
Términos para recordar .....	240
Ejercicios propuestos .....	242
Cuestionario de evaluación .....	244
<b>Capítulo 10. Series cronológicas .....</b>	<b>247</b>
Objetivos .....	247
Contenidos .....	247
Introducción .....	247
Tendencia .....	249
Ajuste rectilíneo .....	249
Método de los mínimos cuadrados .....	254
Varianza residual y error estándar.....	259
Coefficiente de correlación.....	260
Aplicación de estadística en la herramienta Excel.....	264
Ajuste parabólico .....	267
Ajuste exponencial.....	272
Otro procedimiento .....	276

Resumen del capítulo .....	277
Términos para recordar .....	278
Ejercicios propuestos .....	280
Cuestionario de evaluación .....	282
<b>Capítulo 11. Números índices</b> .....	285
Objetivos .....	285
Contenido .....	285
Introducción .....	285
Índices simples .....	286
Índices eslabonados .....	289
Índices agregativos simples .....	290
Índices compuestos .....	292
Exámenes de fórmulas .....	295
Índice de valor .....	296
Empalme de una serie .....	297
Uso de los números índices .....	298
Cálculo del salario y del ingreso real .....	298
Poder de compra .....	300
Porcentaje de Desvalorización .....	300
Porcentaje de Devaluación .....	301
Índice de producción y de productividad .....	302
Índice relación de precios de intercambio (IRPI) .....	303
Proporciones, porcentajes, razones y tasas .....	305
Resumen del capítulo .....	309
Términos para recordar .....	309
Ejercicios propuestos .....	310
Cuestionario de evaluación .....	313
<b>Capítulo 12. Inferencia estadística</b> .....	317
Objetivos .....	317
Contenido .....	317
Elementos del cálculo de probabilidades .....	317
Probabilidad elemental .....	317
Algunos conceptos básicos .....	318
Probabilidad .....	319
Permutaciones, variaciones y combinaciones .....	320
Leyes o reglas de probabilidad .....	321
Distribuciones de probabilidad .....	328
Distribución binomial .....	329
Distribución normal .....	332
Límites de confianza .....	334
Pruebas de hipótesis .....	337
Distribución de Ji cuadrado $x_2$ .....	340

<b>Capítulo 13. Aplicación de algunas técnicas de muestreo</b> .....	343
Generalidades.....	343
Determinación del tamaño de la muestra (MAS) .....	346
Método de muestreo aleatorio.....	348
Muestreo aleatorio estratificado (M.A.E.) .....	350
Diseño de muestreo.....	352
Aplicación en el muestreo aleatorio simple .....	354
Aplicación del muestreo aleatorio estratificado .....	356
Estimador puntual y por intervalos.....	360
Aplicación en el Muestreo Aleatorio Simple (M.A.S.).....	360
Aplicación en el muestreo aleatorio estratificado .....	363
 <b>Respuestas a los ejercicios propuestos y algunos cuestionarios de evaluación</b> .	 367
 <b>Apéndice</b>	
Tabla I    Números al azar .....	379
Tabla II   De una distribución normal ordinaria .....	382
Tabla III   Distribución “t” de Student .....	383
Tabla IV   Exponencial y logaritmos .....	384
Tabla V    Distribución de Ji cuadrado ( $\chi^2$ ).....	385
 <b>Índice temático</b> .....	 387
<b>Bibliografía</b> .....	389

# Prólogo

La estadística es una disciplina aplicada en todos los campos de la actividad humana. De ahí que se tenga como asignatura indispensable en casi todos los programas, desde niveles medio vocacional hasta posgrado.

En el mundo de los negocios su empleo, hoy en día, es considerado de gran importancia, ya que suministra los mejores instrumentos de investigación, no sólo para observar y recopilar toda una gama informativa incubada dentro de la misma empresa o fuera de ella, sino también en el control de ciertas actividades de producción, ventas, proyecciones o estimaciones a corto, mediano y largo plazo, en la formulación de hipótesis y en el análisis de procesos encaminado a facilitar la toma de decisiones por parte de los encargados de la buena marcha de la empresa.

La obra presenta temas de estadística descriptiva: preparación de una investigación; elaboración de cuadros y gráficas; promedios (media aritmética, mediana, moda, media cuadrática, geométrica y armónica); medidas de dispersión (varianza, desviación típica, coeficiente de variación, puntaje típico); regresión y correlación; series cronológicas; números índices; indicadores económicos, desarrollados en los primeros once capítulos.

Los capítulos doce y trece presentan una síntesis de inferencia estadística, con temas de gran importancia (probabilidad, distribución normal, distribución de medias muestrales y límites de confianza, prueba de hipótesis, distribución «t» de Student y, por último, la distribución Ji-cuadrado) y la aplicación de algunas técnicas de muestreo, todo ello en un lenguaje sencillo y claro, con ejemplos de fácil comprensión y ejercicios para resolver.

En esta edición, se revisó y corrigió todo el contenido. En el capítulo de regresión se mejoró la presentación de acuerdo con sugerencias que se habían recibido, haciéndolo más comprensible para el estudiante. Como novedad se incluye un gran número de ejercicios a fin de ayudar a su aprendizaje; se presentan algunas formas del uso de la calculadora, dependiendo del modelo y finalmente se presentan algunas aplicaciones de excel para una mayor agilización en los procesos de cálculo y presentación de los datos

El libro es fundamental para todas aquellas personas que tengan algún interés por la estadística aplicada en el campo comercial, contabilidad y actividades similares.

Al final aparece el solucionario a los ejercicios propuestos y un apéndice que contiene aquellas tablas estadísticas más usuales, que el lector deberá aprender a manejar para desarrollar los ejercicios propuestos y aquellos que se presenten en la vida práctica.

El autor

## Generalidades

### *Objetivos*

- Identificar y explicar cada uno de los términos estadísticos, básicos en el desarrollo del curso.
- Entender e identificar la finalidad y campos de aplicación de la estadística.
- Reconocer algunos aspectos que deben tener los datos para que sean tratados por la estadística.

### *Contenido*

- Introducción
- Algunos conceptos necesarios
- Finalidad de la estadística
- Colectivos investigados por la estadística.

---

### INTRODUCCIÓN

Se puede decir, en términos generales, que la estadística se aplica dentro de la organización de una empresa, en las siguientes áreas:

- *Producción.* En la producción de un artículo en grandes cantidades se hace necesario detectar y eliminar alteraciones sistemáticas de la calidad, para ello se aplican métodos de control. En los estudios de tiempo y movimiento, encaminados a obtener una mayor productividad, y en la aplicación de nuevos métodos de producción o en el lanzamiento de nuevos productos.
- *Finanzas.* En la estimación de la magnitud que tomará cierto aspecto en algún punto futuro de tiempo (corto, mediano o largo plazo), en los controles presupuestarios y en el planteamiento de ciertas actividades de carácter financiero.
- *Contabilidad.* De gran importancia en la auditoría, ya que mediante la aplicación de ciertos métodos se seleccionan algunas facturas, cuentas o documentos de cobro, sin recurrir a la totalidad y con base en el examen de ellas, se pueden obtener conclusiones sobre la situación actual de cartera.

**Otros títulos de interés:**

Estadística y muestreo,  
*Ciro Martínez Bencardino*

Fundamentos de estadística.  
Para la investigación en educación,  
*Mireya Ardila Rodríguez*

Álgebra lineal y  
programación lineal  
*Francisco Soler, Fabio Molina y  
Lucio Rojas*

Didáctica de las matemáticas  
*Robinson Castro Puche y  
Rubby Castro Puche*

Fundamentos de matemática  
*Francisco Soler Fajardo y  
Reinaldo Nuñez*

Matemáticas financieras aplicadas  
Jhonny de Jesús Meza Orozco

Matemáticas financieras  
empresariales  
Jhonny de Jesús Meza Orozco

# Estadística básica aplicada



La estadística es una disciplina aplicada en todos los campos de la actividad humana, de ahí que se tenga como asignatura indispensable en casi todos los programas, desde niveles medio vocacional hasta posgrado.

En los primeros once capítulos se presentan temas de estadística descriptiva: preparación de una investigación; elaboración de cuadros y gráficas; promedios (media aritmética, mediana, moda, media cuadrática, geométrica y armónica); medidas de dispersión (varianza, desviación típica, coeficiente de variación, puntaje típico); regresión y correlación; series cronológicas; números índices e indicadores económicos. Los capítulos 12 y 13 contienen una síntesis de inferencia estadística, con temas de gran importancia (probabilidad, distribución normal, distribución de medidas muestrales y límites de confianza, prueba de hipótesis, distribución "t" de student y por último, la distribución Ji-cuadrado) y la aplicación de algunas técnicas de muestreo, todo ello en un lenguaje sencillo y claro, con ejemplos de fácil comprensión y ejercicios para resolver.

En esta cuarta edición se revisó y corrigió todo el contenido, incluye un gran número de ejercicios; se presentan algunas formas del uso de la calculadora, dependiendo del modelo y finalmente, encontrará algunas aplicaciones de Excel para una mayor agilización de los procesos de cálculo y presentación de los datos. Al final, aparece el solucionario a los ejercicios propuestos y un apéndice que contiene aquellas tablas estadísticas más usuales, que el lector deberá aprender a manejar para desarrollar los ejercicios propuestos y los que se le presenten en la vida práctica.

Colección: Ciencias Exactas  
Área: Estadística

ECOE  
EDICIONES

[www.ecoediciones.com](http://www.ecoediciones.com)

